ძვირფასო სტუდენტებო,
დავალების შესრულების დაწყებამდე,
გთხოვთ, ჯერ გაეცნოთ განმარტებით წერილს

მათემატიკა ეკონომიკისა და ბიზნესისათვის 1

დავალება № 5. წრფივი პროგრამირების ელემენტები და მისი გამოყენება ეკონომიკაში.

ქვემოთმოყვანილ ცხრილში მოცემული სავარჯიშოები აღებულია სილაბუსში მითითებული [2] სალექციო კურსიდან, კერძოდ, ლექცია 5-ის ბოლო პუნქტში მოყვანილი სავარჯიშოებიდან. გამუქებულია იმ ტიპური სავარჯიშოების ნომრები, რომელთა ამოხსნები გადმოცემულია აქ. გაეცანით ამ ამოხსნებს, დანარჩენი სავარჯიშოები კი შეასრულეთ დამოუკიდებლად.

სავარჯიშოების პირობები და პასუხები იხილეთ [2]-ში.

სავარჯიშოები №

1	2	3-ა	3-ბ, გ	5-ა	5-ბ	6-ა	6-ბ, გ	8-ა	8-ბ
9	10	11	12	13	14				

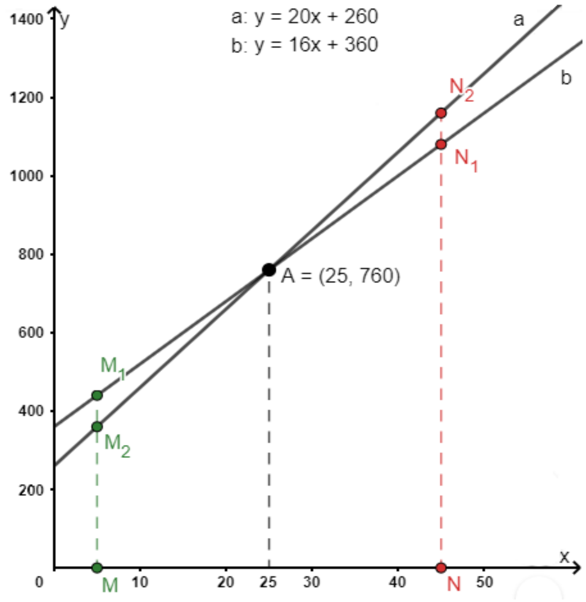
ტიპური სავარჯიშოების ამოხსნა

1.
ორი სახის ტრანსპორტით მგზავრთა გადაყვანის ხარჯები გამოისახება ფუნქციებით:
ა) $y = 20x + 260$ და $y = 16x + 360$;
ბ) $y = 6x + 100$ და $y = 9x + 40$,
სადაც x მანძილია, ხოლო y დანახარჯები. რომელი სახის ტრანსპორტის გამოყენებაა უფრო ეკო-ნომიური?
ამოხსნა.
ა) ამოცანის ამოსახსნელად გამოვიყენოთ გრაფიკული მეთოდი, რაც მოცემული ფუნქციების შესაბამისი წრფეების OXY სიბრტყეზე აგებას გულისხმობს. ამოცანის პირობის მიხედვით x ტრანსპორტის მიერ განვლილ მანძილს აღნიშნავს, შესაბამისად ის განსაზღვრების თანახმად არაუარყოფითი სიდიდეა ($x \geq 0$). დავუშვათ, მოცემული წრფეები ერთმანეთს A წერტილში კვეთენ. გადაკვეთის A წერტილის კოორდინატების საპოვნელად ამოვხსნათ შემდეგი სისტემა:

$$\begin{cases} y = 20x + 260, \\ y = 16x + 360, \end{cases}$$

სადაც პირველი ფუნქცია a სახის ტრანსპორტით მგზავრთა გადაყვანის ხარჯებს აღნიშნავს, მეორე კი b სახის ტრანსპორტით მგზავრთა გადაყვანის ხარჯებს.
A წერტილის კოორდინატებია (25, 760).
ნახ. 1-დან ჩანს, რომ თუ $0 \leq x < 25$, მაშინ x მანძილის შესაბამისი ხარჯები b სახის ტრანსპორტით იქნება MM_1, a სახის ტრანსპორტით კი - MM_2. მგზავრთა გადაყვანა ამ შემთხვევაში უფრო

ეკონომიური იქნება a სახის ტრანსპორტით, რადგან $MM_2 < MM_1$. თუ x მანძილი მეტია 25 კმ-ზე, მაშინ მგზავრთა გადაყვანა უფრო ეკონომიური იქნება b სახის ტრანსპორტით, რადგანაც $NN_1 < NN_2$.



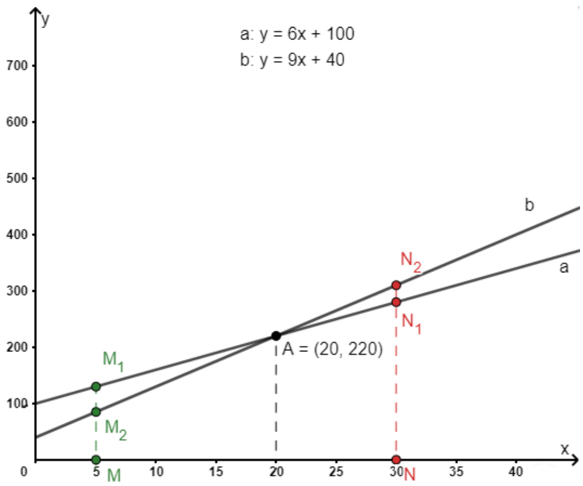
ნახ. 1

25 კმ მანძილზე ტრანსპორტირების შემთხვევაში (x = 25) კი ორივე სახის ტრანსპორტით მგზავრთა გადაყვანის ხარჯები ერთი და იგივეა და 760 ლარს შეადგენს.

ბ) ანალოგიური მსჯელობით, ვიპოვოთ მოცემული ორი ფუნქციის შესაბამისი წრფეების გადაკვეთის A წერტილი. ამოვხსნათ სისტემა:

$$\begin{cases} y = 6x + 100, \\ y = 9x + 40, \end{cases}$$

სადაც პირველი ფუნქცია a სახის ტრანსპორტით მგზავრთა გადაყვანის ხარჯებს აღნიშნავს, მეორე კი b სახის ტრანსპორტით მგზავრთა გადაყვანის ხარჯებს..
გადაკვეთის A წერტილის კოორდინატებია $(20, 220)$.
ნახ. 2-დან ჩანს, რომ თუ $0 \leq x < 20$, მაშინ x მანძილის შესაბამისი ხარჯები a სახის ტრანსპორტით იქნება MM_1, b სახის ტრანსპორტით კი - MM_2. რადგან $MM_2 < MM_1$, ამიტომ ამ შემთხვევაში მგზავრთა გადაყვანა ხელსაყრელი იქნება b სახის ტრანსპორტით. თუ x მანძილი მეტია 20 კმ-ზე, მაშინ მგზავრთა გადაყვანა ხელსაყრელი იქნება a სახის ტრანსპორტით, რადგანაც $NN_1 < NN_2$. საბოლოოდ, თუ ტრანსპორტირება განხორციელდება ზუსტად 20 კმ მანძილზე, მაშინ ორივე ტრანსპორტით მგზავრთა გადაყვანის ხარჯები ერთი და იგივეა და 220 ლარს შეადგენს.



ნახ. 2

პასუხი: ა) 25 კმ-ზე ნაკლებ მანძილზე ეკონომიურია a სახის ტრანსპორტი, ხოლო 25 კმ-ზე მეტ მანძილზე – b სახის ტრანსპორტი.
ბ) 20 კმ-ზე ნაკლებ მანძილზე ეკონომიურია b სახის ტრანსპორტი, ხოლო 20 კმ-ზე მეტ მანძილზე – a სახის ტრანსპორტი.

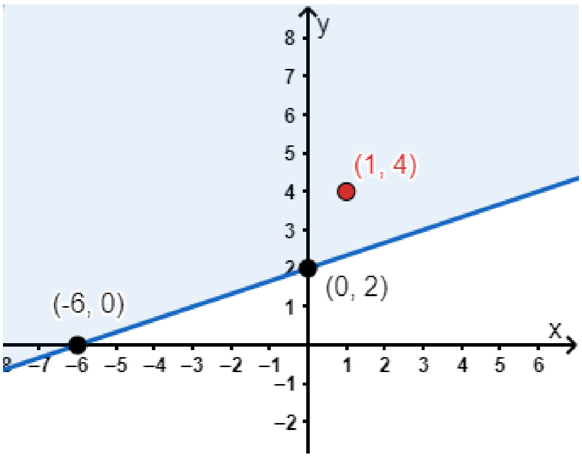
2.

საკოორდინატო სიბრტყეზე ააგეთ $-x+3y=6$ წრფე. გამოიყენეთ $(1,4)$ სასინჯი წერტილი და მიუთითეთ $-x+3y>6$ უტოლობის შესაბამისი არე.

ამოხსნა.

ავაგოთ $-x+3y=6$ წრფე. ამისათვის, ვიპოვოთ ღერძებთან გადაკვეთის წერტილები. როცა $x=0$, მაშინ $y=2$ და როცა $y=0$, მაშინ $x=-6$. შევაერთოთ ეს წერტილები ერთმანეთთან. მივიღეთ წრფე (იხ. ნახ. 3). $(1,4)$ სასინჯი წერტილი ჩავსვათ $-x+3y$ გამოსახულებაში. მივიღებთ: $-1+3\cdot4=11$, რაც მეტია 6-ზე. ე.ი. წერტილი აკმაყოფილებს უტოლობას, ამიტომ ამ უტოლობის ამონახსნთა სიმრავლე იქნება წრფის ზემოთ დაშტრიხული სიბრტყის ნაწილი.

პასუხი: მოცემულია ნახ. 3-ზე.



ნახ. 3

3-ა.

საკოორდინატო სიბრტყეზე ააგეთ უტოლობათა სისტემით განსაზღვრული არე:

$$\text{ა)}\begin{cases}6x\ +\ 3y\ \le\ 30,\\ 7x\ +\ 2y\ \le\ 28,\\ x\ge\ 0, y\ge\ 0.\end{cases}$$

ამოხსნა.

$x\ge\ 0,\ y\ge\ 0$ უტოლობები მიუთითებენ ცვლადების არაუარყოფითობაზე, რაც ნიშნავს იმას, რომ სისტემის ამონახსნი უნდა ვეძებოთ საკოორდინატო სიბრტყის პირველ მეოთხედში.

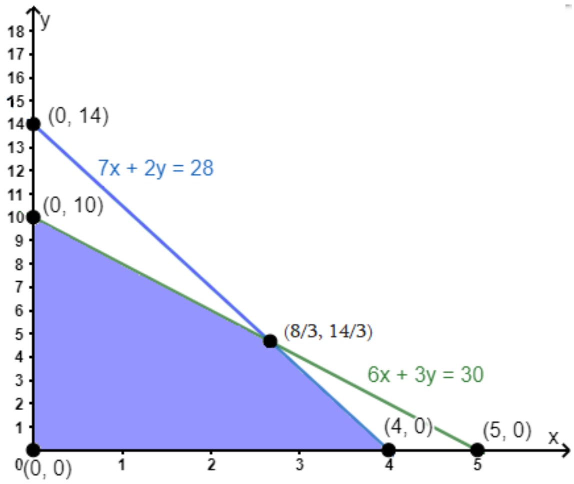
ავაგოთ $6x\ +\ 3y=\ 30$ და $7x\ +\ 2y=\ 28$ წრფეები.

პირველი წრფე საკოორდინატო ღერძებს $(0,10)$ და $(5,0)$ წერტილებში კვეთს, ხოლო მეორე წრფე - $(0,14)$ და $(4,0)$ წერტილებში. შევაერთოთ ეს წერტილები, შესამაბისად. მივიღეთ ორი წრფე.

სასინჯ წერტილად ავიღოთ $(0,0)$ წერტილი და ჩავსვათ უტოლობებში: $6\cdot0\ +\ 3\cdot0=\ 0\le30$ და $7\cdot0\ +\ 2\cdot0=\ 0\le28$. უტოლობები სამართლიანია $(0,0)$ წერტილისათვის. საკოორდინატო სიბრტყეზე დაიშტრიხება წრფეების ქვემოთ მდებარე ნახევარსიბრტყეები.

უტოლობათა სისტემით განსაზღვრული არე მონიშნულია ნახ. 4-ზე, რომლის წვეროების კოორდინატებია: $(0,0)$, $(0,10)$, $(4,0)$ და $(8/3,\ 14/3)$. უკანასკნელი წრფეების გადაკვეთის წერტილის კოორდინატებია.

პასუხი: მოცემულია ნახ. 4-ზე.



ნახ. 4

5-ა.

ამოხსენით წრფივი პროგრამირების ამოცანა:

$$ა)\begin{cases} x - y \to \ min, \\ 2x + y \ \leq \ 2, \\ x \geq 0, \ \ y \geq 0. \end{cases}$$

ამოხსნა.

$ax \ + \ by$ სახის გამოსახულებას, რომლის მაქსიმუმი ან მინიმუმი გვაინტერესებს, **მიზნის ფუნქცია** ეწოდება. ჩვენს შემთხვევაში, $a = 1$ და $b = -1$, ხოლო $x - y$ გამოსახულება მიზნის ფუნქციას წარმოადგენს.

$2x + y \ \leq \ 2, \ x \geq 0, \ \ y \geq 0$ უტოლობებს **შეზღუდვებს** უწოდებენ. ბოლო ორი უტოლობა **ცვლადების არაუარყოფითობას ნიშნავს.**

ჩვენი ამოცანაა ვიპოვოთ დასაშვები სიმრავლის ის წერტილი, სადაც მიზნის ფუნქცია მინიმალური იქნება. ამისთვის, შევასრულოთ შემდეგი ბიჯები:

ბიჯი 1. ავაგოთ დასაშვები სიმრავლე;

ბიჯი 2. ვიპოვოთ დასაშვები სიმრავლის წვეროების კოორდინატები;

ბიჯი 3. გამოვთვალოთ მიზნის ფუნქციის მნიშვნელობები წვეროებში და ამოვარჩიოთ ის წერტილი, რომლისთვისაც მიზნის ფუნქცია იღებს მინიმალურ მნიშვნელობას.

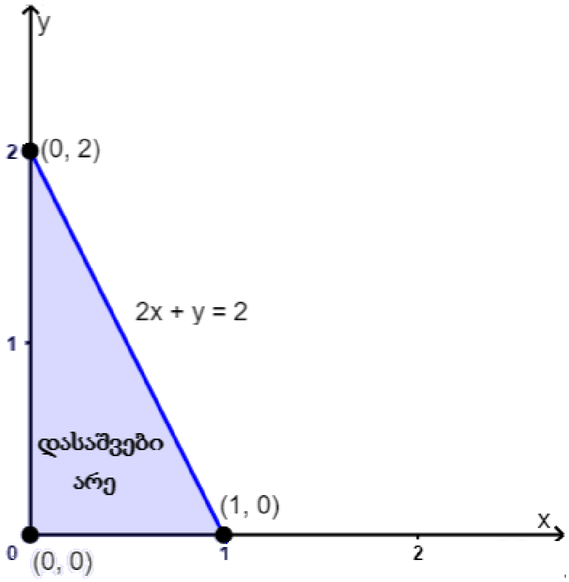
ბიჯი 1. დასაშვები სიმრავლის საპოვნელად, ავაგოთ $2x + y = \ 2$ წრფე, რადგან $(0, 0)$ წერტილი აკმაყოფილებს მოცემულ უტოლობას, საძიებელი არე არის ამ წრფის ქვედა ნახევარსიბრტყე. როგორც ეს ნახ. 5-ზეა მოცემული.

ბიჯი 2. დასაშვები სიმრავლის წვეროებია $2x + y = \ 2$ წრფის ღერძებთან გადაკვეთის წერტილები: $(0, 2)$, $(1, 0)$, ასევე, $(0, 0)$ წერტილი.

ბიჯი 3.

წვერო	მიზნის ფუნქცია
$(0, 0)$	$0 - 0 = 0$
$(0, 2)$	$0 - 2 = -2$
$(1, 0)$	$1 - 0 = 1$

ცხრილიდან ჩანს, რომ მინიმუმი მიიღწევა $(0, 2)$ წერტილში, სადაც მიზნის ფუნქციის მნიშვნელობა -2-ის ტოლია.



ნახ. 5

პასუხი: $min(x-y) = -2$, როცა $x = 0$, $y = 2$.

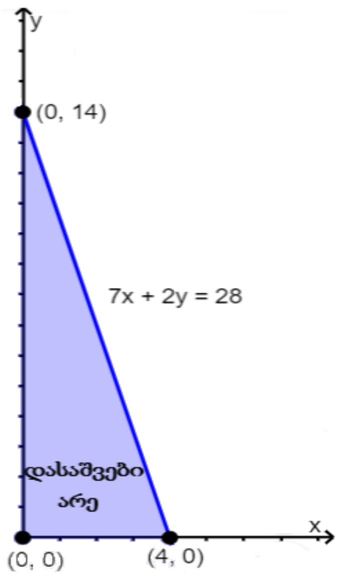
6-ა.
ამოხსენით შემდეგი ამოცანა:

$$ა)\begin{cases} 4x + 9y \to max, \\ 7x + 2y \le 28, \\ x \ge 0, y \ge 0. \end{cases}$$

ამოხსნა.
$4x + 9y$ წარმოადგენს მიზნის ფუნქციას. ამ ფუნქციის მაქსიმალური მნიშვნელობის საპოვნელად ავაგოთ დასაშვები სიმრავლე. დასაშვები არის წვეროებია $(0, 14)$, $(4, 0)$, $(0, 0)$ წერტილები (იხ. ნახ. 6). გამოვთვალოთ მიზნის ფუნქციის მნიშვნელობები წვეროებში და ამოვარჩიოთ ის წერტილი, რომლისთვისაც მიზნის ფუნქცია იღებს მაქსიმალურ მნიშვნელობას:

წვერო	მიზნის ფუნქცია
$(0, 0)$	$4 \cdot 0 + 9 \cdot 0 = 0$
$(0, 14)$	$4 \cdot 0 + 9 \cdot 14 = 126$
$(4, 0)$	$4 \cdot 4 + 9 \cdot 0 = 16$

ცხრილიდან ჩანს, რომ მაქსიმუმი მიიღწევა $(0, 14)$ წერტილში, რომელშიც მიზნის ფუნქციის მნიშვნელობა 126-ის ტოლია.



ნახ. 6

პასუხი: $max(4x + 9y) = 126$, როცა $x = 0, y = 14$.

8-ა

ამოხსენით წრფივი პროგრამირების შემდეგი ამოცანა:

$$\text{ა)} \begin{cases} 2x + 3y \to max, \\ 2x + y \leq 8, \\ x + y \leq 6, \\ x + 2y \leq 10, \\ x \geq 0, \ y \geq 0. \end{cases}$$

ამოხსნა.

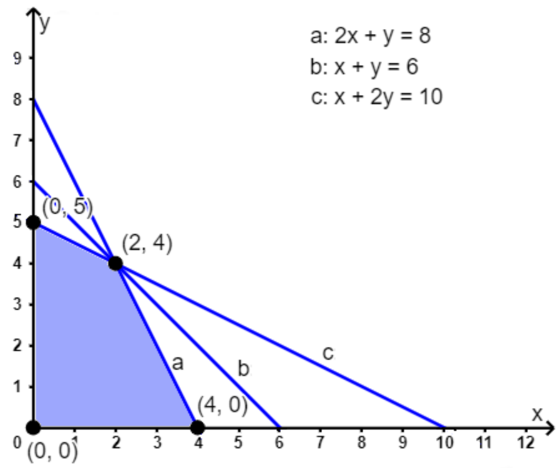
მიზნის ფუნქციაა $2x + 3y$.

ავაგოთ დასაშვები სიმრავლე. ამ სიმრავლის წვეროებია $(4, 0)$, $(0, 5)$, $(0, 0)$, $(2, 4)$ წერტილები (იხ. ნახ. 7). პირველი ორი წერტილი $2x + y = 8$ და $x + 2y = 10$ წრფეების ღერძებთან გადაკვეთის წერტილებია, ხოლო ბოლო წარმოადგენს ამ წრფეთა გადაკვეთის წერტილს, რომლის პოვნაც შეგვიძლია $\begin{cases} 2x + y = 8 \\ x + 2y = 10 \end{cases}$ სისტემის ამოხსნით. აღსანიშნავია ისიც, რომ $x + y = 6$ წრფეც ამ წერტილზე გადის.

გამოვთვალოთ მიზნის ფუნქციის მნიშვნელობები წვეროებში:

წვერო	მიზნის ფუნქცია
$(0, 0)$	$2 \cdot 0 + 3 \cdot 0 = 0$
$(0, 5)$	$2 \cdot 0 + 3 \cdot 5 = 15$
$(4, 0)$	$2 \cdot 4 + 3 \cdot 0 = 8$
$(2, 4)$	$2 \cdot 2 + 3 \cdot 4 = 16$

ამრიგად, მიზნის ფუნქცია $(2, 4)$ წერტილში იღებს მაქსიმალურ მნიშვნელობას, რაც 16-ის ტოლია.



ნახ. 7

პასუხი: $max(2x + 3y) = 16$, როცა $x = 2, y = 4$.

9.

ფირმამ გადაწყვიტა გამოუშვას კომპიუტერების ორი ახალი მოდელი: COM1 და COM2. თითოეული ეგზემპლარის წარმოება, შესაბამისად, 1200 და 1600 ლარი ჯდება. ფირმას მიაჩნია, რომ წარმოება გარკვეულ რისკებთანაა დაკავშირებული და ყოველკვირეული საწარმოო დანახარჯები შემოსაზღვრული აქვს 40000 ლარით. კვალიფიციური მუშახელის დეფიციტის გამო ფირმას კვირაში 30 კომპიუტერზე მეტის გამოშვება არ შეუძლია. თითოეული კომპიუტერის რეალიზაციის მოგება შეადგენს 600 და 700 ლარს, შესაბამისად, COM1 და COM2 მოდელებისთვის. როგორ დაგეგმოს ფირმამ წარმოება მაქსიმალური მოგების მისაღებად?

ამოხსნა.

ეს ამოცანა მიეკუთვნება წრფივი პროგრამირების ამოცანებს. იმისათვის, რომ ამოცანამ ცხადი სახე მიიღოს, შემოვიტანოთ ცვლადები. x და y ცვლადებით აღვნიშნოთ, შესაბამისად, COM1 და COM2 მოდელის კომპიუტერთა წარმოების მოცულობები. რადგან თითოეული კომპიუტერის რეალი-ზაციის მოგება, შესაბამისად, 600 და 700 ლარია, მაშინ ფირმის მთლიანი მოგება იქნება

$$600x + 700y,$$

რაც წრფივი პროგრამირების ენაზე წარმოადგენს მიზნის ფუნქციას, რომლის მაქსიმალური მნიშვნელობის პოვნაც გვსურს.

ამოცანაში ერთ-ერთი შეზღუდვა არის ის, რომ ფირმის ყოველკვირეული საწარმოო დანახარჯი არ უნდა აღემატებოდეს 40000 ლარს. რადგან ფირმას თითოეული ეგზემპლარის წარმოება, შესაბა-მისად, 1200 და 1600 ლარი უჯდება, მაშინ მთლიანი დანახარჯი იქნება $1200x + 1600y$, რაც შემო-საზღვრულია 40000 ლარით. ეს ჩაიწერება ასე:

$$1200x + 1600y \leq 40000.$$

მეორე შეზღუდვას წარმოადგენს ყოველკვირეულად წარმოებულ კომპიუტერთა რაოდენობა, რომლის დასაშვები მაქსიმალური რაოდენობა 30-ია. ამრიგად,

$$x + y \leq 30.$$

ერთ-ერთი შეზღუდვა არის ისიც, რომ კომპიუტერთა რაოდენობა ვერ იქნება უარყოფითი სიდიდე. ე.ი. $x \geq 0,\ y \geq 0$.

წრფივი პროგრამირების ენაზე მოცემული ამოცანა შემდეგი სისტემის სახით ჩაიწერება:

$$\begin{cases} 600x + 700y \rightarrow max\,, \\ 1200x + 1600y \leq 40000, \\ x + y \leq 30, \\ x \geq 0, y \geq 0. \end{cases}$$

ამ ამოცანის ამოსახსნელად, ავაგოთ დასაშვები სიმრავლე. $1200x + 1600y = 40000$ და $x + y = 30$ წრფეები საკოორდინატო ღერძებს კვეთენ, შესაბამისად, $(0,25)$, $(100/3,0)$ და $(0,30)$, $(30,0)$ წერტილებში (იხ. ნახ. 8).

დასაშვები არის წვეროებია $(0,25)$, $(30,0)$, $(0,0)$ წერტილები და $(20,10)$ წერტილი, რომელიც მიიღება

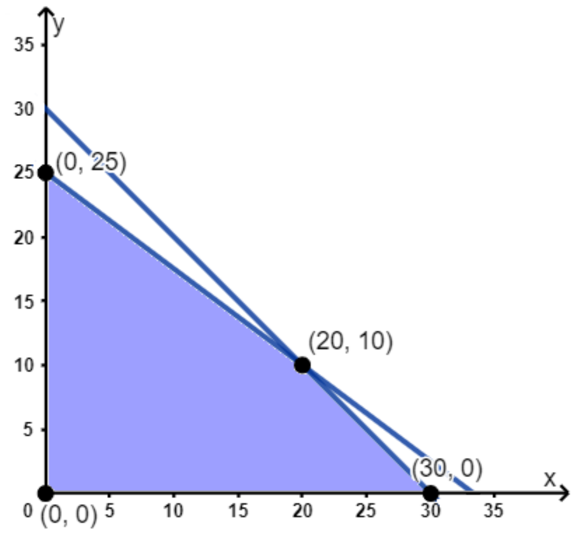
$$\begin{cases} 1200x + 1600y = 40000, \\ x + y = 30 \end{cases}$$

სისტემის ამოხსნით.

ახლა დავადგინოთ მიზნის ფუნქციის მნიშვნელობები წვეროს წერტილებში:

წვერო	მიზნის ფუნქცია
$(0,0)$	$600 \cdot 0 + 700 \cdot 0 = 0$
$(0,25)$	$600 \cdot 0 + 700 \cdot 25 = 17500$
$(30,0)$	$600 \cdot 30 + 700 \cdot 0 = 18000$
$(20,10)$	$600 \cdot 20 + 700 \cdot 10 = 19000$

მაქსიმალური მოგება მიიღება $(20,10)$ წერტილში, რომელიც 19000 ლარის ტოლია.



ნახ. 8

პასუხი: ფირმამ უნდა აწარმოოს 20 ცალი COM1 და 10 ცალი COM2 კომპიუტერი, რაც ფირმას 19000 ლარის ტოლ მაქსიმალურ მოგებას მოუტანს.

11.

ფერმერმა უნდა გამოკვებოს ცხოველები მინიმალური დანახარჯებით, მაგრამ თითოეულმა ცხოველმა უნდა მიიღოს არანაკლებ 1.6 კგ ცილა, არანაკლებ 0.3 კგ ამინომჟავა და არაუმეტეს 0.3 კგ კალციუმი დღეში. ხელმისაწვდომი პროდუქტებია თევზის ფქვილი და ხორცის ნარჩენები, რომლებიც შეიცავენ ცილებს, კალციუმსა და ამინომჟავებს (იხ. ცხრილი). თევზის ფქვილი ღირს 0.65 ლარი 1 კგ, ხოლო ხორცის ნარჩენი 0.52 ლარი 1 კგ.

პროდუქტი 1 კგ	ცილა	კალციუმი	ამინომჟავა
თევზის ფქვილი	0.6	0.05	0.18
ხორცის ნარჩენი	0.5	0.11	0.05

განსაზღვრეთ მინიმალური ღირებულების რაციონი.

ამოხსნა.

შემოვიტანოთ ცვლადები. ვთქვათ, რაციონში არის x კგ თევზის ფქვილი და y კგ ხორცის ნარჩენი. რადგან 1 კგ თევზის ფქვილი ღირს 0.65 ლარი, ხოლო 1 კგ ხორცის ნარჩენი - 0.52 ლარი, მაშინ დღიური რაციონის ღირებულება იქნება $0.65x + 0.52y$, რისი მინიმალური მნიშვნელობაც გვაინტერესებს. ე.ი. მიზნის ფუნქციაა

$$0.65x + 0.52y.$$

გასათვალისწინებელია ისიც, რომ ცხოველის მიერ დღიურად მიღებული ცილის რაოდენობა უნდა იყოს 1.6 კგ-ზე არანაკლები. რადგან 1 კგ თევზის ფქვილში 0.6 კგ ცილაა, ხოლო 1 კგ ხორცის ნარჩენში - 0.5 კგ, მაშინ ეს შეზღუდვა ასე ჩაიწერება

$$0.6x + 0.5y \geq 1.6\,.$$

ანალოგიურად ჩავწეროთ კალციუმისა და ამინომჟავის რაოდენობებიც, შესაბამისად:

$$0.05x + 0.11y \leq 0.3,$$
$$0.18x + 0.05y \geq 0.3.$$

რასაკვირველია, x და y არაუარყოფითი სიდიდეებია. ე.ი. $x \geq 0, y \geq 0$.

ამრიგად, წრფივი პროგრამირების ენაზე მოცემული ამოცანა შემდეგი სისტემის სახით ჩაიწერება:

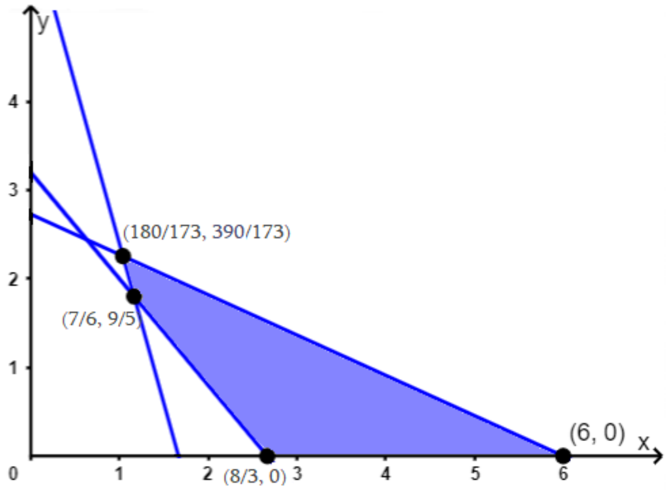
$$\begin{cases} 0.65x + 0.52y \to min, \\ 0.6x + 0.5y \geq 1.6, \\ 0.05x + 0.11y \leq 0.3, \\ 0.18x + 0.05y \geq 0.3, \\ x \geq 0, y \geq 0. \end{cases}$$

მოცემული შეზღუდვებით ავაგოთ დასაშვები სიმრავლე და ვიპოვოთ ამ სიმრავლის წვეროები. ეს წვეროებია: $\left(\frac{7}{6}, \frac{9}{5}\right)$, $\left(\frac{180}{173}, \frac{390}{173}\right)$, $\left(\frac{8}{3}, 0\right)$, $(6, 0)$ (იხ. ნახ. 9).

ვიპოვოთ მიზნის ფუნქციის მნიშვნელობები წვეროს წერტილებში:

წვერო	მიზნის ფუნქცია
$\left(\frac{8}{3}, 0\right)$	$0.65 \cdot \frac{8}{3} + 0.52 \cdot 0 \approx 1.73$
$(6, 0)$	$0.65 \cdot 6 + 0.52 \cdot 0 = 3.9$
$\left(\frac{180}{173}, \frac{390}{173}\right)$	$0.65 \cdot \frac{180}{173} + 0.52 \cdot \frac{390}{173} \approx 1.85$
$\left(\frac{7}{6}, \frac{9}{5}\right)$	$0.65 \cdot \frac{7}{6} + 0.52 \cdot \frac{9}{5} \approx 1.69$

ცხრილიდან ჩანს, რომ მიზნის ფუნქციის მინიმალური მნიშვნელობა მიიღწევა $\left(\frac{7}{6}, \frac{9}{5}\right)$ წერტილში.



ნახ. 9

პასუხი: მინიმალური ღირებულების რაციონია $\frac{7}{6}$ კგ თევზის ფხვნილი და $\frac{9}{5}$ კგ ხორცის ნარჩენი დღეში.

13.
საქონლის ერთ საბითუმო მომწოდებელს შეუძლია რეალიზატორს მიაწოდოს პაკეტი, რომელიც შედგება A საქონლის 3 ერთეულისგან, B საქონლის 6 ერთეულისგან, C საქონლის 4 ერთეულისგან და ღირს 20 ლარი. მეორე მომწოდებელს კი - პაკეტი, რომელიც შედგება 12 ერთეული A საქონლისგან, 3 ერთეული B საქონლისგან, 3 ერთეული C საქონლისგან და ღირს 26 ლარი. რეალიზატორს სჭირდება არანაკლებ 396 ერთეული A საქონელი, 288 ერთეული B და 255 ერთეული C საქონელი. რეალიზატორს სურს გაიგოს, თითოეული მომწოდებლის რამდენი პაკეტი უნდა შეუკვეთოს, რომ დანახარჯი იყოს მინიმალური. შევადგინოთ მიზნის ფუნქცია და ჩავწეროთ დასაშვები არე.
ამოხსნა.
x ცვლადით აღვნიშნოთ I მომწოდებლის პაკეტების მოცულობა, ხოლო y ცვლადით - II მომწოდებლის პაკეტების რაოდენობა. რადგან I მომწოდებლის საქონლის ფასია 20 ლარი და II მომწოდებლის - 26 ლარი, მაშინ რეალიზატორის მიერ შეკვეთილი პაკეტების შეძენაზე გაწეული დანახარჯი იქნება $20x + 26y$, რაც წარმოადგენს მიზნის ფუნქციას, რომლის მინიმიზაციაც გვაინტერესებს.
გადავიდეთ შეზღუდვებზე. რეალიზატორს სჭირდება არანაკლებ 396 ერთეული A საქონელი, 288 ერთეული B და 255 ერთეული C საქონელი. I და II მომწოდებლის მიერ შემოთავაზებული 3 სახის საქონლის რაოდენობის გათვალისწინებით, გვაქვს 3 შეზღუდვა, შესაბამისად:

$$3x + 12y \geq 396,$$
$$6x + 3y \geq 288,$$
$$4x + 3y \geq 255.$$

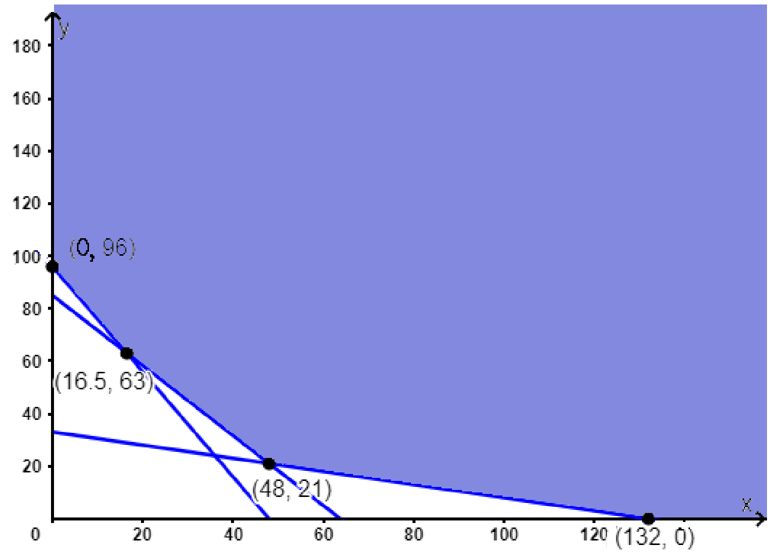
x და y სიდიდეების არაუარყოფითობის გათვალისწინებით, მოცემული ამოცანა შემდეგი სისტემის სახით ჩაიწერება:

$$\begin{cases} 20x + 26y \to min, \\ 3x + 12y \geq 396, \\ 6x + 3y \geq 288, \\ 4x + 3y \geq 255, \\ x \geq 0, y \geq 0. \end{cases}$$

დასაშვები არის წვეროებია: $(0, 96)$, $(16.5, 63)$, $(48, 21)$, $(132, 0)$ (იხ. ნახ. 10).
დავადგინოთ მიზნის ფუნქციის მნიშვნელობები წვეროს წერტილებში:

წვერო	მიზნის ფუნქცია
$(0, 96)$	$20 \cdot 0 + 26 \cdot 96 = 2496$
$(16.5, 63)$	$20 \cdot 16.5 + 26 \cdot 63 = 1968$
$(48, 21)$	$20 \cdot 48 + 26 \cdot 21 = 1506$
$(132, 0)$	$20 \cdot 132 + 26 \cdot 0 = 2640$

ცხრილიდან ჩანს, რომ მიზნის ფუნქციის მინიმალური მნიშვნელობა მიიღწევა $(48, 21)$ წერტილში.



ნახ. 10

პასუხი: წრფივი პროგრამირების ამოცანა შემდეგი სისტემის სახით ჩაიწერება:

$$\begin{cases} 20x + 26y \to min, \\ 3x + 12y \geq 396, \\ 6x + 3y \geq 288, \\ 4x + 3y \geq 255, \\ x \geq 0, y \geq 0. \end{cases}$$

დანახარჯი მინიმალური იქნება, თუ რეალიზატორი პირველი მომწოდებლისგან მიიღებს 48 ერთეულ პაკეტს, მეორისგან კი – 21 ერთეულს.